EXERCICES : SUITES NUMÉRIQUES

I Définitions

Exercice 1

1. u_{32} est le 28^e terme de la suite (u_n). Quel est l'indice du 29^e ? du 27^e ?
2. u_{15} est le 12^e terme de la suite (u_n). Quel est l'indice du premier terme ?

Exercice 2

1. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $v_0 = 3$ et la relation de récurrence $v_{n+1} = 1 - v_n$. Déterminer v_1, v_2 et v_3.
2. Soit (w_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $w_0 = -4$ et telle qu'en multipliant un terme par 3, puis en lui ajoutant 1 on obtienne le terme suivant. Déterminer w_1 et w_2.
   Donner la relation entre w_{n+1} et w_n.
3. Soit (w_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $w_0 = 2$ et telle qu'en multipliant un terme par 2, puis en lui ajoutant -1 on obtienne le terme suivant. Déterminer w_1 et w_2.
   Donner la relation entre w_{n+1} et w_n.

Exercice 3

Pour chacune des suites données, calculer les termes u_1, u_2 et u_{100} quand c'est possible.

1. $u_n = n - \sqrt{n^2 + 9}$
2. $u_n = \dfrac{n+5}{n(n-1)}$

Exercice 4

1. Pour les suites données, calculer les termes u_{n-1}, u_{n+1}, u_{n+2} et u_{2n}.
   (a) $u_n = n^2 - 3n + 1$
   (b) $u_n = \dfrac{n+1}{2n+3}$
2. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 1$.
   Déterminer, en fonction de n, l'expression des termes précédent et suivant u_n.

Exercice 5
La suite u est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = -n^2 + 5n + 1$.

1. Déterminer les sept premiers termes de la suite.
2. Représenter graphiquement ces termes dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
3. Montrer que les points correspondants sont situés sur une parabole dont on précisera une équation.

Exercice 6
La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 14n$.

1. Déterminer les termes u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. Déterminer l'entier n tels que $u_n = -49$.
3. Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ à l'aide de GeoGebra et montrer que les points correspondants sont situés sur une parabole dont on précisera l'équation.

II TICE

Exercice 7

On considère l'algorithme suivant, qui après avoir saisi A et N affiche la valeur de A calculée :

```
Pour I allant de 1 à N
        A ← 2 × A − 1
Fin Pour
```

1. Quelle valeur de A sera affichée après l'exécution de l'algorithme :
   (a) Si on entre $A = 1$ et $N = 5$?
   (b) Si on entre $A = 2$ et $N = 3$?
2. Vérifier vos résultats en programmant en Python.
3. Quelle suite est définie dans cet algorithme ?

Exercice 8

Soient (u_n) et (v_n) les suites définies par :

$$u_n = 2n + 1 \text{ et } \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$$

On utilise un tableur pour calculer les termes des deux suites.

1. Mettre n dans la cellule A1 , u_n dans la cellule B1 et v_n dans la cellule C1 .
2. Mettre dans la cellule A2 la valeur 0 et dans la cellule A3 la valeur 1. Par recopie vers le bas obtenir dans la colonne A les 20 premiers entiers naturels.
3. Quelles valeurs mettre en B2 et C2 ?
4. Quelle formule mettre en B3 (resp. C3) afin d'obtenir les 20 premiers termes de la suite (u_n) (resp. (v_n)) par recopie vers le bas ?

Exercice 9

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = 2$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 2u_n - 3$. Déterminer à l'aide de la calculatrice graphique les termes u_1, $u_2, \cdots u_{20}$.

III Variations

Exercice 10

‘

1. Soit (u_n) une suite décroissante.
   Déterminer le signe de $u_4 - u_3$
2. Soit (u_n) une suite croissante.
   Déterminer le signe de $u_{11} - u_{10}$

Exercice 11

‘

1. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $v_0 = -1$ et la relation de récurrence $v_{n+1} = v_n + 2$. Étudier les variations de (v_n) .
2. Soit (w_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $w_0 = 5$ et la relation de récurrence $w_{n+1} = w_n - 3$. Déterminer le sens de variation de (w_n).

Exercice 12

1. (a) Rappeler les variations de la fonction inverse sur $]0;+\infty[$
   (b) En déduire que la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \dfrac{1}{n}$ est décroissante sur $\mathbb{N}^*$.
2. (a) Rappeler les variations de la fonction carré sur $[0;+\infty[$
   (b) En déduire que la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = n^2$ est croissante sur $\mathbb{N}$.